

# INSTITUTO DE APLICAÇÃO FERNANDO RODRIGUES DA SILVEIRA

Professor: J. R. Julianelli e Luís Sérgio

Aluno(a):

Turma:



## LISTA 2 – POTENCIAÇÃO

### POTENCIAÇÃO

Dados dois números naturais,  $a$  e  $n$  (com  $n > 1$ ), a expressão  $a^n$  é igual ao produto de  $n$  fatores iguais ao número  $a$ , isto é:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

#### Observações:

1) Toda potência de expoente 1 é igual à base, ou seja:

$$a^1 = a$$

2) Toda potência de expoente 0 é igual a 1, ou seja

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

3) Forma polinomial de escrever um número

Observe os seguintes exemplos, onde são aplicadas potências de 10:

$$643 = 600 + 40 + 3 = 6 \times 100 + 4 \times 10 + 3 = 6 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0$$

$6 \times 10^2 + 4 \times 10 + 3$  é chamada **forma polinomial** do número 643.

#### Exercícios:

1. Calcule as seguintes potências de expoente 2:

a)  $2^2 =$

d)  $5^2 =$

f)  $11^2 =$

b)  $3^2 =$

e)  $10^2 =$

g)  $12^2 =$

c)  $4^2 =$

h)  $13^2 =$

2. Calcule as potências abaixo e observe o padrão das respostas. O que você pode comentar sobre as respostas obtidas?

a)  $5^2 =$

c)  $25^2 =$

d)  $35^2 =$

b)  $15^2 =$

e)  $45^2 =$

3. Calcule as seguintes potências de expoente 3:

a)  $2^3 =$

d)  $5^3 =$

f)  $11^3 =$

b)  $3^3 =$

e)  $10^3 =$

g)  $12^3 =$

c)  $4^3 =$

4. Calcule as potências de base 10 e observe o padrão das respostas:

a)  $10^2 =$

c)  $10^4 =$

e)  $10^6 =$

b)  $10^3 =$

d)  $10^5 =$

f)  $10^7 =$

5. Quando calculamos a potência  $10^{21}$ , encontramos um número com quantos algarismos?

Resposta: \_\_\_\_\_.

6. Quando calculamos a potência  $10^{100}$ , encontramos um número com quantos algarismos?

Resposta: \_\_\_\_\_.

7. O que acontece com a potência quando o expoente é 1? Calcule as potências abaixo e descubra:

a)  $2^1 =$

c)  $6^1 =$

e)  $1.000.000^1 =$

b)  $7^1 =$

d)  $12^1 =$

8. O que acontece com a potência quando a base é 1? Calcule as potências abaixo e descubra:

a)  $1^2 =$

c)  $1^4 =$

e)  $1^{234} =$

b)  $1^3 =$

d)  $1^5 =$

f)  $1^{1.000.001} =$

9. Calcule as potências de expoente 0:

a)  $8^0 =$

b)  $12^0 =$

c)  $31^0 =$

**OBSERVAÇÃO:** Quando a base for negativa, o procedimento é o mesmo desenvolvido até aqui. Porém, sendo o expoente  $n$  um número natural, observamos que:

1. Se  $n$  for um número par, o resultado obtido será positivo

2. Se  $n$  for um número ímpar, o resultado obtido será negativo

10. Calcule as seguintes potências de base negativa:

a)  $(-2)^2 =$

d)  $(-2)^9 =$

g)  $(-10)^5 =$

b)  $(-2)^3 =$

e)  $(-3)^2 =$

h)  $(-10)^3 =$

c)  $(-2)^8 =$

f)  $(-4)^3 =$

i)  $(-10)^2 =$

11. Efetue as potências:

a)  $(-3)^3 =$

d)  $(-3)^6 =$

g)  $(-3000)^2 =$

b)  $(-3)^4 =$

e)  $(-3)^7 =$

h)  $(-10)^1 =$

c)  $(-3)^5 =$

f)  $(-300)^2 =$

i)  $(-10)^0 =$

**OBSERVAÇÃO:** Quando a base da potência for um número fracionário, o procedimento também será o mesmo, observando sempre as propriedades já citadas anteriormente.

12. Calcule o valor das potências fracionárias:

a)  $\left(\frac{3}{2}\right)^4 =$

c)  $\left(-\frac{8}{7}\right)^2 =$

e)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^7 =$

b)  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 =$

d)  $\left(-\frac{6}{7}\right)^3 =$

f)  $\left(\frac{7}{10}\right)^3 =$

13. Efetue as operações indicadas, simplificando o resultado ao máximo, sempre que possível:

a)  $\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

c)  $\left(\frac{8}{3}\right)^2 - \left(\frac{5}{3}\right)^2 =$

b)  $\left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 =$

d)  $\left(\frac{8}{5}\right)^2 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2 =$

#### POTÊNCIAS COM EXPOENTE NEGATIVO

Seja  $a$  um número real diferente de zero ( $a \neq 0$ ) e  $n$  um número inteiro positivo. Vamos definir:  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Por exemplo:

a)  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

b)  $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

14. Sendo  $x = 10^{-1}$  e  $y = 10^{-2}$ , calcular o valor de:

a)  $x - y =$  \_\_\_\_\_

b)  $x \cdot y =$  \_\_\_\_\_

c)  $x^2 \cdot y^3 =$  \_\_\_\_\_

15. Calcular cada uma das seguintes potências:

a)  $8^{-1} =$  \_\_\_\_\_

e)  $(-3)^{-3} =$  \_\_\_\_\_

b)  $(-5)^{-1} =$  \_\_\_\_\_

g)  $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} =$  \_\_\_\_\_

c)  $10^{-2} =$  \_\_\_\_\_

h)  $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} =$  \_\_\_\_\_

d)  $12^{-2} =$  \_\_\_\_\_

16. Calcule o valor das expressões abaixo:

a)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

$$b) \left(\frac{1}{8}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} =$$

$$d) \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} =$$

$$c) \left(\frac{1}{11}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{15}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} =$$

$$e) \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{7}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{11}\right)^{-1} + \left(\frac{2}{13}\right)^{-1} =$$

17. A semana começou mal na quitanda do senhor Joaquim. Na segunda-feira ele só vendeu 2 frutas. Mas as vendas foram melhorando até domingo. A cada dia, ele vendia o dobro da quantidade vendida no dia anterior. Para o senhor Roberto, tudo começou bem, com 128 frutas vendidas, mas as vendas foram se reduzindo ao longo da semana. A cada dia, ele vendia a metade da quantidade vendida no dia anterior.  
Responda:

- a) Em que dia da semana os dois venderam a mesma quantidade de frutas?

R.: \_\_\_\_\_.

- b) Quantas frutas cada um vendeu nesse dia?

R.: \_\_\_\_\_.

- c) Quem vendeu mais frutas durante a semana?

R.: \_\_\_\_\_.



18. Num depósito há 12 caixas, cada caixa contém 12 estojos e cada estojo contém 12 lápis. Quantos lápis há no total?

19. Se  $M = 10^4 + 10^2$  e  $N = 10^3 - 10^2$ , calcule o valor de  $M + N$

20. Se  $A = 10^2 + 10^3$  e  $B = 10^3 - 10^2$ , o valor de  $A + B$  é:

- a) 100  
b) 200  
c) 900  
d) 1 000  
e) 2 000

#### PROPRIEDADES DA POTENCIAÇÃO:

- 1) Para se **multiplicar potências de mesma base**, dá-se ao resultado a base comum e adicionam-se os expoentes:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- 2) Para se **dividir potências de mesma base**, dá-se ao resultado a base comum, sendo o expoente determinado pela diferença entre o expoente do dividendo e o divisor:  $a^m : a^n = a^{m-n}$
- 3) Para se **eleva uma potência a outro expoente**, eleva-se a base ao produto dos expoentes parciais:  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- 4) Para se **eleva um produto indicado a um dado expoente**, eleva-se cada fator do produto a esse expoente:  $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

#### Potenciação de números inteiros

- 1) Quando o expoente é par, a potência é sempre um número positivo.
- 2) Quando o expoente é ímpar, a potência tem sempre o mesmo sinal da base.

TABELA COM OS QUADRADOS DOS 50 PRIMEIROS NÚMEROS NATURAIS:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
121	144	169	196	225	256	289	324	361	400
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
441	484	529	576	625	676	729	784	841	900
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521	1600
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401	2500

**EXERCÍCIOS**

21. Usando as propriedades de potenciação, reduza a uma só potência cada uma das seguintes expressões:

- a)  $5^9 \cdot 5^{13} =$  \_\_\_\_\_ e)  $(3/4)^{12} : (3/4)^5 =$  \_\_\_\_\_  
 b)  $(-2)^7 \cdot (-2)^{14} =$  \_\_\_\_\_ f)  $12^{18} : 12 =$  \_\_\_\_\_  
 c)  $14^6 \cdot 14^{22} \cdot 14^8 =$  \_\_\_\_\_ g)  $(0,1)^3 \cdot (0,1)^9 : (0,1)^5 =$  \_\_\_\_\_  
 d)  $0,5^{21} : 0,5^{13} =$  \_\_\_\_\_ h)  $14^{25} \cdot 14^{12} : 14^{18} =$  \_\_\_\_\_

22. Sabendo que  $x = 3^4$ ,  $y = 3^8$  e que  $z = 3^{10}$ , substitua e reduza a uma só potência cada uma das seguintes expressões:

- a)  $x \cdot y =$  \_\_\_\_\_ f)  $y^{10} =$  \_\_\_\_\_  
 b)  $x^2 =$  \_\_\_\_\_ g)  $z : y =$  \_\_\_\_\_  
 c)  $x \cdot z =$  \_\_\_\_\_ h)  $z^3 =$  \_\_\_\_\_  
 d)  $x \cdot y \cdot z =$  \_\_\_\_\_ i)  $(x \cdot y) : z =$  \_\_\_\_\_  
 e)  $y : x =$  \_\_\_\_\_

23. Utilizando as propriedades de potenciação, escreva as expressões abaixo na forma mais simples:

- a)  $[(0,2)^3]^2 =$  \_\_\_\_\_ d)  $[(51^6)^5]^2 =$  \_\_\_\_\_  
 b)  $[(-0,9)^{10}]^4 =$  \_\_\_\_\_ e)  $\{[(2^5)^4]^3\}^2 =$  \_\_\_\_\_  
 c)  $[(12^2)^3]^4 =$  \_\_\_\_\_

24. Determine o valor do expoente x de modo que as igualdades abaixo se tornem válidas:

- a)  $5^3 \cdot 5^x = 5^{10}$  \_\_\_\_\_ d)  $5^x : 5 = 5^{21}$  \_\_\_\_\_  
 b)  $5^x \cdot 5^{23} = 5^{43}$  \_\_\_\_\_ e)  $(5^x)^4 = 5^{24}$  \_\_\_\_\_  
 c)  $5^{10} : 5^x = 5^6$  \_\_\_\_\_ f)  $(5^6)^x = 5^{132}$  \_\_\_\_\_

25. Nas igualdades abaixo, substitua o símbolo ♣, de modo que cada uma se torne verdadeira:

- a)  $4^{11} \cdot \clubsuit = 4^6$        $\clubsuit =$  \_\_\_\_\_      c)  $12^{17} \cdot \clubsuit = 12^{20}$        $\clubsuit =$  \_\_\_\_\_  
b)  $(\clubsuit)^5 = 6^{20}$        $\clubsuit =$  \_\_\_\_\_      d)  $10^5 \cdot \clubsuit \cdot 10^7 = 10^{18}$        $\clubsuit =$  \_\_\_\_\_

26. (EPCAR) Se  $A = \frac{-5^3 - 6^2}{-7^2}$  e  $B = \frac{(-5)^3 + (-6)^2}{(-7)^2}$  então  $A - B = \frac{k}{49}$ , onde k é igual a:

- a) 250      c) -72      e) 178  
b) 72      d) zero

27. (EspCEX) Efetue a operação  $(10^{-2})^3 \div 10^6$ . Qual o expoente da potência de base 10 resultante?

28. (CESGRANRIO) O valor de  $216 \div 0,0006$  é:

- a) 36      c)  $3,6 \times 10^{-3}$       e)  $36 \times 10^4$   
b)  $36 \times 10^{-3}$       d)  $3,6 \times 10^3$

29. (CESGRANRIO) Se  $a^2 = 99^6$ ,  $b^3 = 99^7$  e  $c^4 = 99^8$ , então  $(abc)^{12}$  vale:

- a)  $99^{12}$       c)  $99^{28}$   
b)  $99^{\frac{21}{2}}$       d)  $99^{88}$   
e)  $99^{99}$

30. Assinale a igualdade verdadeira:

- $-2^2 = (-2)^2$         $(-3)^2 = 3^2$   
  $(-4)^1 = 4^1$         $(-8)^0 = -1$

31. Qual das afirmações abaixo é a correta, para x diferente de 0?

- $(-x)^2 = -x^2$         $(-x)^2 = x^2$   
  $-x^2 = x^2$         $x^2 = -(x)^2$

32. A sentença verdadeira é:

- $1(-3)^4 = (+3)^4$         $(-2)(-3) = -6$   
  $-5 > 0$         $(-8)^1 = (+8)^1$

33. O valor da expressão  $-3 \cdot (-4) - 5 + (-1)^2$  é:

- 6       8       10  
 -16       -18

34. O valor de  $6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6 + 6^6$  é:

- a)  $6^6$       c)  $36^6$       e)  $36^{36}$   
b)  $6^7$       d)  $6^{36}$

## NOTAÇÃO CIENTÍFICA

A notação científica serve para expressar números muito grandes ou muito pequenos utilizando uma potência de 10.

Para escrevermos um número na forma de notação científica precisamos ficar atento a seguinte prática: o número a ser escrito será representado na forma de um produto de dois fatores, lembrando que um deles é um número maior que 1 e menor que 10 e o outro número é uma potência de 10, positiva ou negativa, isto é, a forma de uma Notação Científica é:  $m \cdot 10^E$ , em que  $1 < m < 10$

Exemplos:

a)  $4,25 \times 10^8$       b)  $1,45 \times 10^{-6}$       c)  $7,89 \times 10^{23}$       d)  $1,259 \times 10^{-48}$       e)  $7,8 \times 10^{-78}$

Escreva os números abaixo em notação científica:

a) 150 000 000 000 =

Vamos deslocar a vírgula da direita para a esquerda, até alcançar o número 1: 1,50000000000. Observe que a vírgula se deslocou 11 casas para a esquerda, o que equivale a dividir o número por  $10^{11}$ . Logo, para não alterar o número dado inicialmente, vamos multiplicar 1,5 por  $10^{11}$  obtendo:  $1,5 \times 10^{11}$

b) 0,000 000 000 000 000 458 =

Agora vamos deslocar a vírgula da esquerda para a direita, até alcançar o número 5:

00000000000000004,58. Observe que a vírgula se deslocou 16 casas para a direita, o que equivale a multiplicar o número por  $10^{16}$ . Logo para não alterar o número dado inicialmente, vamos dividir 4,58 por  $10^{16}$ , obtendo:  $\frac{4,58}{10^{16}} = 4,58 \cdot 10^{-16}$

c) 0,4589 =  $4,589 \times 10^{-1}$  (a vírgula deslocou 1 casa para a direita)

d) 985 000 000 000 000 000 =  $9,85 \times 10^{17}$  (a vírgula deslocou 17 casas para esquerda)

Observe que quando a vírgula se desloca para a direita o expoente do número 10 é negativo e quando a vírgula se desloca para a esquerda o expoente do número 10 é positivo. Não esqueça que o número que multiplica a potência de 10 é sempre maior que 1 e menor que 10.

## EXERCÍCIOS:

1) Escreva em notação científica os seguintes números:

1) 123,8763

2) 1.236,840

3) 4,22

4) 79,10

5) 5.213,9

6) 0,00238

7) 0,004001

8) 0,0000000098

9) 0,000000000000211

10)  $756,1 \times 10^5$

11)  $64,82 \times 10^{-12}$

12)  $1295,307 \times 10^{-25}$

2) (FUVEST 2009) As células da bactéria Escherichia coli têm formato cilíndrico, com  $8 \times 10^{-7}$  metros de diâmetro. O diâmetro de um fio de cabelo é de aproximadamente  $1 \times 10^{-4}$  metros. Dividindo-se o diâmetro de um fio de cabelo pelo diâmetro de uma célula de Escherichia coli, obtém-se, como resultado:

a) 125

b) 250

c) 500

d) 1000

3. Em notação científica como se escreve "cinquenta e oito mil"?

a)  $5,8 \times 10^4$

b)  $58 \times 10^3$

c)  $5,8 \times 10^8$

d)  $58 \times 10^8$

4. Pode-se escrever "trezentos bilhões" em notação científica como:

a)  $3 \times 10^9$

b)  $3 \times 10^{11}$

c)  $0,3 \times 10^{15}$

d)  $300 \times 10^9$

5. Em notação científica, como se escreve "oito trilhões e quatrocentos bilhões"?

6. Considerando que em 12 gramas de Carbono-12 há, aproximadamente,  $6 \times 10^{23}$  átomos de carbono. Qual é o peso de um único átomo de Carbono-12?

7. Um ano-luz é a distância que a luz percorre em um ano. Considerando que, aproximadamente, a velocidade da luz é de trezentos milhões de metros por segundo e um ano tem 32 milhões de segundos, devemos multiplicar (trezentos milhões) por (32 milhões) para obter o valor do ano-luz em metros. Efetue esta conta em notação científica.

8. A massa do planeta Júpiter é de  $1,9 \times 10^{27}$  kg, e a massa do Sol é de  $1,9891 \times 10^{30}$  kg. Calcule, em notação científica:

a) A soma das duas massas;

b) Aproximadamente, quantas vezes o Sol é mais massivo que Júpiter.

9) (UFPI) A nossa galáxia, a Via Láctea, contém cerca de 400 bilhões de estrelas. Suponha que 0,05% dessas estrelas possuam um sistema planetário onde exista um planeta semelhante à Terra. Calcule o número de planetas semelhantes à Terra, na Via Láctea.

10) A velocidade da luz é 300 000km por segundo.

a) quantos quilômetros percorre a luz em um minuto? Dê a resposta em notação científica.

b) e em uma hora? Dê a resposta em notação científica.

c) quanto tempo leva a luz para percorrer  $5,4 \cdot 10^9$  km?