INSTITUTO DE APLICAÇÃO FERNANDO RODRIGUES DA SILVEIRA

Professor: J. R. Julianelli e Luís Sérgio

Aluno(a): ______________________________ **Turma:**

LISTA 3 – RADICIAÇÃO

ESTUDO DOS RADICAIS

Denomina-se raiz de índice n de um número real **a**, o número real **b** tal que **b^n = a**. Para que exista essa raiz, observam-se as seguintes condições:
1 – quando **n** é um número ímpar, **a** pode assumir qualquer valor real e b terá o mesmo sinal de a.
2 – quando **n** é um número par, **a** só pode assumir valores não negativos, isto é, a ≥ 0, e b será sempre não negativo.

Simbolicamente, representamos: $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$

Lembremos ainda que os elementos da sentença acima assim se denominam:

n	$\to$	índice	$\sqrt{\ }$	$\to$	sinal do radical
a	$\to$	radicando	b	$\to$	raiz

Observação: Quando n = 1, temos: $\sqrt[1]{a} = a$ e quando n = 2, não escrevemos o índice no sinal do radical

> **LEMBRE-SE!**
> Quando **n** é par, **a ≥ 0** e **b ≥ 0**

Exemplos:

$a)\sqrt[5]{-32} = -2$

$b)\sqrt[3]{64} = 4$

$c)\sqrt{81} = 9$

$d)\sqrt[6]{64} = 2$

$e)\sqrt[4]{-81} \notin \mathbb{R}$

PROPRIEDADES DOS RADICAIS ARITMÉTICOS

1) Multiplicação de radicais com índices iguais

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

2) Divisão de radicais com índices iguais

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

3) Potenciação de radicais

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$$

4) Radiciação de radicais: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

5) $\sqrt[n]{a^n} = a$

6) $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}}$

PROPRIEDADES

1) Um radical não se altera quando o índice e o expoente do radicando são divididos por um **fator comum**.

2) Quando o radicando possui um fator cujo expoente é **divisível** pelo índice do radical, esse fator pode ser colocado fora do radical, elevado a um expoente igual ao quociente do expoente desse fator pelo índice do radical.

3) Ao se **introduzir um fator num radical**, deve-se multiplicar o expoente desse fator pelo índice do radical.

4) Dois ou mais radicais são semelhantes quando possuem o mesmo índice e o mesmo radicando.

EXPOENTE FRACIONÁRIO

Considere o radical $\sqrt[n]{a^p}$.

Dividindo o índice e o expoente por n (n $\neq$ 0), vem: $\sqrt[n]{a^p} = \sqrt[\frac{n}{n}]{a^{\frac{p}{n}}} = \sqrt[1]{a^{\frac{p}{n}}} = a^{\frac{p}{n}}$

Igualando a expressão inicial com a final, temos: $a^{\frac{p}{n}} = \sqrt[n]{a^p}$

CONCLUSÃO: Todo radical é igual a uma potência cujo expoente é uma fração.
O numerador é o expoente do radicando e o denominador é o índice.

1. Calcule:

a) $\sqrt{36}$ = ______.

b) $\sqrt{81}$ = ______.

c) $\sqrt{25}$ = ______.

d) $\sqrt{49}$ = ______.

e) $\sqrt{169}$ = ______.

f) $\sqrt{196}$ = ______.

g) $\sqrt{400}$ = ______.

h) $\sqrt{900}$ = ______.

i) $\sqrt{1600}$ = ______.

j) $\sqrt{1024}$ = ______.

k) $\sqrt{256}$ = ______.

l) $\sqrt{225}$ = ______

2. Calcule:

a) $\sqrt[3]{8}$ = ______.

b) $\sqrt[4]{16}$ = ______.

c) $\sqrt[3]{27}$ = ______.

d) $\sqrt[3]{125}$ = ______.

e) $\sqrt[4]{81}$ = ______.

f) $\sqrt[3]{1000}$ = ______.

g) $\sqrt[3]{8000}$ = ______.

h) $\sqrt[4]{256}$ = ______.

3. Calcule:

a) $\sqrt[3]{-8} =$ ______.

b) $\sqrt[4]{-16} =$ ______.

c) $\sqrt[3]{-27} =$ ______.

d) $\sqrt[3]{-125} =$ ______.

e) $\sqrt[4]{-81} =$ ______.

f) $\sqrt[3]{-216} =$ ______.

g) $\sqrt[3]{-1000} =$ ______.

EXERCÍCIOS:

1) Calcule o valor da expressão $\left(-\frac{1}{2}\right)^0 + (-1)^5$

2)Assinale a igualdade verdadeira:

a) $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{10}{4}$ b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{9}{16}$ c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$ d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4}$

3) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$ é equivalente a:

a) $-\frac{1}{9}$ b) $-\frac{1}{27}$ c) $\frac{1}{27}$ d) -27

4) O decimal 0,09 é igual a:

a) 9^{-2} b) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-2}$ c) $(0{,}03)^2$ d) $\left(\frac{3}{10}\right)^2$

5)A potência $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^3$ é igual a:

a) $\frac{1}{18}$ b) $-\frac{1}{27}$ c) $\frac{1}{81}$ d) $\frac{1}{729}$

6) Calcule o valor da expressão $\frac{3}{5} + 0{,}45 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

*7)*Assinale a alternativa correta:

a) $-\frac{2}{3} \cdot (-1)^5 = \frac{2}{3}$ b) $\sqrt{-16} = -4$ c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = -\frac{3}{4}$ d) $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{7}{4}\right)^0 = 0$

8)Considere as afirmações:

I) $\left(-\frac{3}{4}\right)^0 = +1$

II) $5^{-1} = \frac{1}{5}$

III) $10^{-1} = 0{,}1$

Quantas são verdadeiras?

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3

9)Se a = $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ e b = $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$, então a – b é igual a:

a) $+\frac{3}{8}$ b) $+\frac{1}{8}$ c) $-\frac{3}{8}$ d) $-\frac{1}{8}$

10) Calcule o valor numérico da expressão $x^3 - y^3$, para $x = -1$ e $y = -\frac{2}{3}$

11) Se $x + \frac{1}{x} = 4$, calcule o valor de $x^2 + \frac{1}{x^2}$ e $x^3 + \frac{1}{x^3}$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE RADICAIS SEMELHANTES

Quando todos os radicais são semelhantes, a soma é um só radical semelhante, que se obtém calculando a soma algébrica dos coeficientes (fatores externos).

Quando nem todos os radicais são semelhantes, calcula-se a soma parcial em cada grupo de radicais semelhantes, obtendo-se a expressão final. (Não se pode adicionar as somas parciais.)

Observação
Dadas duas expressões com radicais, cada uma chama-se **fator racionalizante** da outra, quando o produto delas for uma expressão sem radicais.

Exemplos: $\sqrt{7}+\sqrt{2}$ e $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ pois
$(\sqrt{7}+\sqrt{2}).(\sqrt{7}-\sqrt{2}) = 7-2 = 5$

4. Simplificar os radicais:

a) $\sqrt{20}$ = ______
b) $\sqrt{50}$ = ______
c) $\sqrt{8}$ = ______
d) $\sqrt{27}$ = ______
e) $\sqrt{24}$ = ______
f) $\sqrt{28}$ = ______
g) $\sqrt{32}$ = ______
h) $\sqrt{40}$ = ______
i) $\sqrt{1000}$ = ______
j) $\sqrt[3]{16}$ = ______
k) $\sqrt[3]{250}$ = ______
l) $\sqrt[3]{54}$ = ______
m) $\sqrt[3]{32}$ = ______
n) $\sqrt[4]{32}$ = ______
o) $\sqrt[4]{80}$ = ______
p) $\sqrt[5]{160}$ = ______

5. Introduza os coeficientes nos radicais:

a) $2\sqrt{5}$ = ______
b) $5\sqrt{2}$ = ______
c) $2\sqrt{10}$ = ______
d) $10\sqrt{10}$ = ______
e) $16\sqrt{2}$ = ______
f) $2\sqrt[3]{2}$ = ______
g) $5\sqrt[3]{2}$ = ______
h) $3\sqrt[3]{2}$ = ______
i) $2\sqrt[4]{2}$ = ______

6. Efetue os produtos de radicais abaixo, simplificando sempre que possível.

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$

b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}$

c) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{125}$

d) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}$

e) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$

f) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}$

g) $\sqrt{7}\cdot\sqrt{28}$

h) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}$

i) $\sqrt{8}\cdot\sqrt{8}$

j) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}$

k) $\sqrt{18}\cdot\sqrt{18}$

l) $\sqrt{123}\cdot\sqrt{123}$

m) $\sqrt{1001}\cdot\sqrt{1001}$

7. Efetue os produtos, usando a propriedade distributiva, simplificando os resultados obtidos.

a) $\left(\sqrt{10}+\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{10}-\sqrt{3}\right)$

b) $\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)$

c) $\left(\sqrt{15}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{15}-\sqrt{2}\right)$

d) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{12}-\sqrt{2}\right)$

e) $\left(\sqrt{10}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{10}-\sqrt{5}\right)$

f) $\left(\sqrt{1001}+\sqrt{101}\right)\cdot\left(\sqrt{1001}-\sqrt{101}\right)$

8. Simplificando $\sqrt[4]{32}$ obtemos:

a) $2\sqrt[3]{2}$
b) $2\sqrt[4]{2}$
c) 2
d) $4\sqrt{2}$
e) $3\sqrt{2}$

9. Simplificando $\sqrt[3]{54}$ obtemos:

a) $2\sqrt[3]{3}$
b) $3\sqrt[3]{2}$
c) $2\sqrt[3]{6}$
d) $3\sqrt[3]{6}$
e) $3\sqrt{2}$

10. Efetuando o produto $\sqrt{5}\cdot\left(\sqrt{20}+\sqrt{5}\right)$ temos um número que é:

a) maior que 20
b) múltiplo de 4
c) ímpar
d) o dobro de 10
e) a raiz quadrada de 25

11. O radical $\sqrt{12+\sqrt{16}}+\sqrt{20+\sqrt{25}}$ é igual a:

a) 4
b) 5
c) 9
d) 12
e) 20

12. O produto $\left(\sqrt{11}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{11}-\sqrt{5}\right)$ vale:

a) 6
b) 16
c) 11
d) 5
e) 55

13. A soma $\sqrt{18}+\sqrt{75}$ é igual a:

a) $8\sqrt{3}$
b) $\sqrt{93}$
c) $3\sqrt{3}$
d) $5\sqrt{3}$
e) $\sqrt{57}$

14. A soma $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{32}+\sqrt{50}$ é igual a:

a) $\sqrt{110}$
b) $15\sqrt{2}$
c) $14\sqrt{2}$
d) $13\sqrt{2}$
e) $12\sqrt{2}$

15. Considere o número $x = 2\sqrt[3]{5}$. Introduzindo o coeficiente no radical do número x, encontramos:

a) 40
b) $\sqrt{40}$
c) $\sqrt[3]{40}$
d) $\sqrt{20}$
e) 20

16. A raiz quadrada do resultado da soma (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27) é:

a) 15
b) 14
c) 13
d) 12
e) 11

17. A raiz quadrada de 9% é igual a

a) 3%
b) 3
c) 30
d) 30%
e) 81

18. Calculando o radical $\sqrt{140+\sqrt{10+\sqrt{31+\sqrt{25}}}}$, obtemos:

a) 14
b) 12
c) 5
d) 6
e) 4

19. Calculando o radical $\sqrt{11-\sqrt{99+\sqrt{13-\sqrt{144}}}}$, obtemos:

a) 1
b) 12
c) 10
d) 11
e) 4

20. Calculando o valor de $\sqrt{\sqrt{144}+\sqrt{144}}$ encontramos um número que é:

a) menor que 5
b) ímpar
c) o dobro de 12
d) terminado em zero
e) a raiz quadrada de 144

21. Simplificando $\sqrt{2048}$ encontramos:

a) $2\sqrt{2}$
b) $4\sqrt{2}$
c) $8\sqrt{2}$
d) $16\sqrt{2}$
e) $32\sqrt{2}$

22. O quadrado de x é igual a 64. Então, a raiz cúbica de x é igual a:

a) 8
b) $2\sqrt{2}$
c) 4
d) 2
e) $\sqrt[3]{2}$

23. A raiz cúbica de 1 728 é igual a:

a) 14
b) 144
c) 12
d) 8
e) 16

24. A raiz cúbica de 12 800 na sua forma simplificada, é igual a:

a) $5\sqrt[3]{8}$
b) $8\sqrt[3]{25}$
c) $40\sqrt{10}$
d) $8\sqrt[3]{5}$
e) $80\sqrt{10}$

25. Simplificando $\sqrt[4]{80}$ encontramos:

a) $5\sqrt{2}$
b) 20
c) $2\sqrt{5}$
d) $5\sqrt[4]{2}$
e) $2\sqrt[4]{5}$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

Racionalizar o denominador de uma fração consiste em eliminar, através de propriedades algébricas, o radical ou os radicais do denominador.

Casos principais:

a) O denominador é uma raiz quadrada:

$$\frac{N}{\sqrt{a}}=\frac{N}{\sqrt{a}}.\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\frac{N.\sqrt{a}}{\sqrt{a^2}}=\frac{N.\sqrt{a}}{a}$$

b) O denominador é uma raiz com índice n > 2:

$$\frac{N}{\sqrt[n]{a^x}}=\frac{N}{\sqrt[n]{a^x}}.\frac{\sqrt[n]{a^{n-x}}}{\sqrt[n]{a^{n-x}}}=\frac{N.\sqrt[n]{a^{n-x}}}{\sqrt[n]{a^n}}=\frac{N.\sqrt[n]{a^{n-x}}}{a}$$

c) O denominador apresenta uma soma (ou diferença) envolvendo raízes quadradas:

$$\frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{N}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}.\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}=\frac{N\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b}$$

EXERCÍCIOS:

26. Determine o fator racionalizante dos radicais abaixo:

a) $\sqrt{5}=$ _______.

b) $\sqrt{12}=$ _______.

c) $\sqrt{7}=$ _______.

d) $\sqrt{15}=$ _______.

e) $\sqrt{10}=$ _______.

f) $7\sqrt{5}=$ _______.

g) $2\sqrt{51}=$ _______.

h) $-4\sqrt{10}=$ _______.

27. Calcule o fator racionalizante dos seguintes radicais abaixo:

a) $\sqrt[3]{5}=$ _______.

b) $\sqrt[3]{4}=$ _______.

c) $\sqrt[4]{5}=$ _______.

d) $\sqrt[4]{2}=$ _______.

e) $\sqrt[3]{5^2}=$ _______.

f) $\sqrt[5]{3^2}=$ _______.

g) $\sqrt[6]{15^4}=$ _______.

h) $\sqrt[8]{15^3}=$ _______.

i) $\sqrt[5]{9}=$ _______.

j) $\sqrt[7]{7^2}=$ _______.

28. Determine o fator racionalizante dos radicais abaixo:

a) $\sqrt{5}-\sqrt{2}=$ __________.

b) $\sqrt{3}-\sqrt{2}=$ __________.

c) $\sqrt{5}+\sqrt{2}=$ __________.

d) $\sqrt{3}+\sqrt{6}=$ __________.

e) $\sqrt{15}-\sqrt{13}=$ __________.

f) $\sqrt{5}-2=$ __________.

g) $5-\sqrt{2}=$ __________.

h) $3+\sqrt{2}=$ __________.

i) $\sqrt{7}-7=$ __________.

j) $\sqrt{15}-2\sqrt{2}=$ __________.

k) $8\sqrt{2}-8=$ __________.

l) $17+17\sqrt{17}=$ __________.

17) Simplificando $\left[\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^3\right]^{\frac{1}{6}}$, obtemos:

a) $\sqrt[4]{2}$ b) $\sqrt[3]{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) $2\sqrt[4]{2}$

18)Assinale a alternativa correta:

a. ( ) $\sqrt{x^2 - y^2} = x - y$ b. ( ) $\sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{5}$

c. ( ) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ d. ( ) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{5}$

19)Assinale a alternativa falsa:

a. ( ) $2^{\frac{1}{4}} = \sqrt{2}$ b. ( ) $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ c. ( ) $2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$ d. ( ) $2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{2}$

20) Sendo x e y positivos, a expressão $\sqrt{x^2 + 2xy + y^2}$ equivale a:

a. ( ) $\sqrt{x+y}$ b. ( ) $\sqrt{x-y}$ c. ( ) $x - y$ d. ( ) $x + y$

21) Se a = $\frac{1}{2}$ e b = – a, então $\frac{a}{2} + 2b^{-1}$ vale:

a) $-\frac{11}{4}$ b) $\frac{13}{4}$ c) $-\frac{13}{4}$ d) $\frac{15}{4}$ e) $-\frac{15}{4}$

22) Calcule o resultado das expressão $\dfrac{-2^{-2} + 8^{\frac{2}{3}} - 0{,}4555...}{\sqrt{0{,}444...}}$